

A NÉPESSÉG ÉLETPOTENCIÁLJA¹

HABLICSEK LÁSZLÓ

Bevezetés

Az 1990-es évek eleje óta az európai rendszerváltó országokban nagyon jelentős változások történtek. A termékenység drámai csökkenése az évi születések számának nagyon alacsony szintjéhez vezetett, míg a népesség öregedése magas szinten tartotta a halálozások számát, annak ellenére, hogy a halandóság csökkenése számos országban elkezdődött. Így a természetes szaporodás fogyásba csapott át, és mivel a külső vándorlások egyenlege ezt nem ellensúlyozta (sőt az országok többségében a nettó vándorlás is negatív volt), a népességnövekedés csökkenésbe fordult.

Ezzel egyidőben Európa nyugati részében a népesség növekedése folytatódott annak ellenére, hogy tovább tartott az alacsony termékenységi időszak és a korstruktúra előregedése. Ezt ugyanis ellensúlyozta a növekedő várható élettartam és a pozitív vándorlási különbözet.

Mindennek következtében a népesedési kilátások is óriási változáson mentek keresztül. Miközben az Európai Unió tagállamait, valamint Norvégiát és Svájcot magába foglaló ún. EAA-országokban hosszabb távon is fennmaradó népesség-gyapodást mutattak a számítások, Közép- és Kelet-Európában jelentős népességfogyás feltételei alakultak ki. Az 1999. évi Európai Népesség-előreszámítások (EPS99) markánsan mutatják a jövő megítélésében bekövetkezett irány- és arányváltozásokat.

Ezt a folyamatot a legtöbb rendszerváltó országban nem, vagy nem kellő mértékben látták előre. Ennek egyik oka kétségtelenül egy szemléleti probléma volt: nevezetesen az, hogy a perspektívákat továbbra is a népesség-reprodukció klasszikus megközelítésmódjával értékeltük. Ez a megközelítés a termékenység „dominanciáján” alapul. Ha összehasonlítottuk például az országokra számított nettó reprodukciós együtthatót, megállapíthattuk, hogy az Európa keleti felében jóval magasabb, mint Nyugaton. Nem vettük kellően figyelembe, hogy a modern korban a népességnövekedés másik két összetevőjének, a halandóság és a külső vándorlások alakulásának is jelentős szerepe van a népesség nagyságának és összetételének változásában. Szükség van arra, hogy a népesség hosszú távú reprodukciójának más, összetettebb mutatószámait dolgozzuk ki és alkalmazzuk.

Ez a cikk egy érdekes mutatóval foglalkozik, amit *életpotenciál-indexnek* nevezünk. Az index alapján kiszámítható az ún. *potenciális növekedési ráta*, mely a népességszám éves növekedési lehetőségét jelzi hosszabb távon. Az életpotenciál-index és a potenciális növekedési ráta képzésének szemléleti alapja az, hogy eltekintünk a termékenység és migráció közvetlen hatásától, és csak a halandóságot és a korösszetételt vesszük figyelembe. Így a népesség változásának stabilabb elemei kerülnek a vizsgálat fókuszába, és

¹ Ez a tanulmány a 2003. évi varsói Európai Népesedési Konferenciára benyújtott, a Conference Bookban megjelent előadás magyar nyelvű, átdolgozott változata.

a bizonytalanabb összetevők a háttérben maradnak. Feltételezzük, hogy az ilyen típusú mutatók alkalmasak arra, hogy a népesedési perspektívákat az európai körülmények között tanulmányozhassuk.

Az életpotenciál fogalma

A népességreprodukción a klasszikus megközelítésben a *nettó reprodukciós együtthatóval* (jele: NRR) és az *intrinsic növekedési rátával* mérjük. Mindkét mutató a stabil népességek tanulmányozására nyúlik vissza. A stabil népesség elmélete szerint egy zárt, tehát a külső vándorlások által nem érintett népesség, ahol változatlanok a termékenységi és halandósági jellemzők (korspecifikus arányok), konvergál egy népességhez, amelyben változatlan a korstruktúra és konstans a népességnövekedés üteme. A változatlan növekedési ütem függ a termékenységtől és a halandóságtól, a korösszetételt pedig a halandósági tábla stationer népességét és az intrinsic növekedési rátát felhasználva számíthatjuk. A jól ismert egyenletek folytonos megközelítésben a következők:

$$(1) \quad NRR = \int_{\alpha}^{\beta} l(x)m(x)dx$$

$$(2) \quad 1 = \int_{\alpha}^{\beta} e^{-rx}l(x)m(x)dx$$

$$(3) \quad c(a) = \frac{e^{-ra}l(a)}{\int_0^{\omega} e^{-rx}l(x)dx},$$

ahol $l(x)$ a halandósági tábla továbbélési függvénye, kezdeti értéke $l(0) = 1$, $m(x)$ az x korú nők leánygyermekre vonatkozó termékenységi aránya, $c(a)$ az a korúak népességbeli részaránya, r a stabil népesség konstans növekedési rátája, α és β a nők reprodukív életszakaszának alsó és felső határa, ω az emberi élet felső korhatára.

Emlékeztetünk arra, hogy kohorsz-megközelítésben az NRR az egymást követő generációk születési arányával egyezik meg, vagyis a leánynemzedék és az anyanemzedék születésszámának hányadosa. Így az NRR egyben a születési kohorszok utánpótlásának mérőszáma is.

Képezhetünk más mutatókat is, melyek a leánynemzedék és az anyanemzedék létszámát nem születéskor, hanem valamely életkorban hasonlítják össze. Ezt jelölhetjük $NRR(x)$ -el. Nyilván

$$(4) \quad NRR(x) = \frac{l^l(x)}{l^a(x)} NRR,$$

ahol $l^l(x)$ a leánynemzedék, $l^a(x)$ pedig az anyanemzedék továbbélési aránya x éves korig. A (4) képlet szerint például lehetőség van arra, hogy a leánynemzedék lét-

száma elérje vagy meghaladja az anyanemzedék létszámát akkor is, ha az $NRR < 1$, feltéve, hogy a leánynemzedék továbbélési esélyei kedvezőbbek.

Képezhetünk olyan mutatót is, amely a két nemzedék (vagy két tetszőleges születési kohorsz) teljes kohorsz-nagyságát, azaz a kohorsz tagjai által leélt évek összes számát hasonlítja össze. Egy születési kohorsz tagjai által leélt évek összes száma (a kohorsz *életmennyisége*) nyilván a születésszám és a születéstől számított átlagos élettartam szorzata, képletben:

$$(5) \quad S(t) = B(t) \cdot e_0^0,$$

ahol t az időpont, $B(t)$ a születések száma, e_0^0 a születéstől számított átlagos élettartam. Ha $B(t)$ értékét elosztjuk a népesség t -időbeni nagyságával, megkapjuk az ún. *népesség-momentum faktort*:

$$(6) \quad MF = b \cdot e_0^0,$$

ahol b az élveszületések és a népesség hányadosa, a (nyers) születési arány.

Az olyan speciális stabil népességben, ahol a népesség növekedési rátája 0, vagyis a népesség stacioner, a népesség-momentum faktor értéke $MF = 1$. Ebben az esetben az (5) alatti életmennyiség a népesség számával egyenlő. Ha a tényleges növekedési arány nem 0, akkor $S(t)$ nem egyenlő $P(t)$ -vel, az aktuális időpontbeli népességszámmal, hanem annál kisebb, illetve nagyobb, attól függően, hogy a népesség intrinszc növekedési rátája negatív vagy pozitív. Kicsi növekedési rátákra érvényes a következő képlet:

$$(7) \quad S(t) \approx P(t + a_p) = e^{ra_p} P(t),$$

ahol a_p a stabil népesség átlagos kora². Ezt a képletet használva újraszámíthatjuk a stabil népesség növekedési arányát, ami ilyen esetekben természetesen az r belső növekedési arányt adja. Nem ez a helyzet azonban a valós népességek esetében. Ott a (7) alapján számítható r értékek általában közelebb vannak a tényleges éves népességváltozáshoz, mint a klasszikus ráta.

A (7) képlet egyik következménye az, hogy a népesség nagysága az életmennyiséggel valahol a kohorsz életének közepe táján lesz egyenlő. A stacioner népességben ez pontosan így is van. A stacioner népesség átlagos kora ugyanis megegyezik a népességet alkotó születési kohorszok átlagos korával:

$$(8) \quad a_p = \frac{1}{e_0^0} \int_0^{\omega} x l(x) dx.$$

A jobb oldalon az integrál a kohorsz által már leélt évek számát adja, mert a kohorsz minden tagja x éves korig pontosan x évet élt. Tudjuk, hogy a kohorsz által már leélt évek száma egyenlő a még leélendő évek számával:

$$(9) \quad \int_0^{\omega} x l(x) dx = \int_0^{\omega} e_x^0 l(x) dx,$$

² A (7) formula bizonyítását lásd a Függelékben.

ahol e_x^0 az x éves korban várható élettartam³. Ha mindkét oldalt elosztjuk e_0^0 -al, kapjuk, hogy

$$(10) \quad a_p = e_p,$$

ahol e_p -t a népesség *központi élettartamának* nevezzük. Ha keresztmetszeti közelítésre váltunk, mondhatjuk, hogy stacioner népességben (9) a népesség által már leélt éveket hasonlítja össze a még leélendő évek számával, és ez a két mennyiség egyenlő. Ha per-capita mutatókra váltunk, mondhatjuk, hogy a stacioner népességben az átlagos életkor egyenlő a központi élettartammal.

Képezzük ezeket a mutatókat általában stabil népességre. Legyen S^B a népesség által már leélt évek száma, S^F a még leélendő évek összes száma. Ekkor

$$(11) \quad S^B = \int_0^{\omega} xP(x)dx \quad \text{és} \quad S^F = \int_0^{\omega} e_x^0 P(x)dx,$$

vagy osztva a népesség nagyságával

$$(12) \quad a_p = \int_0^{\omega} x \cdot c(x)dx \quad \text{és} \quad e_p = \int_0^{\omega} e_x^0 \cdot c(x)dx$$

az átlagos életkor és a népesség központi élettartama.

A központi élettartam és az átlagos kor között egy igen szép összefüggés van:

$$(13) \quad e_p = r \cdot Cov_p(x, e_x^0) + a_p,$$

ahol $Cov_p(x, e_x^0) = \int_0^{\omega} x e_x^0 c(x)dx$, az életkornak és a várható élettartamnak a népesség

korstruktúrájával súlyozott kovarianciája, r pedig a stabil népesség növekedési üteme⁴. Eszerint a központi élettartam akkor és csak akkor nagyobb, egyenlő vagy kisebb, mint a stabil népesség átlagos kora, ha a (belső) növekedési arány nagyobb, egyenlő vagy kisebb, mint 0, tekintettel arra, hogy a kovariancia pozitív.

Nevezzük a központi élettartam és átlagos kor hányadosát életpotenciál-indexnek és a (13) egyenlet szerint kiszámítható r növekedési ütemet *potenciális növekedési rátának*.

Ha mutatóinkat nem-folytonos esetre számítjuk, a következő egyenleteket használhatjuk:

³ Bizonyítás a Függelékben.

⁴ A (13) formula bizonyítása a Függelékben található.

$$\begin{aligned}
 a_p &= \frac{1}{P} \sum_{x=0}^{100} \bar{x} P(x) \\
 e_p &= \frac{1}{P} \sum_{x=0}^{100} \bar{e}_x P(x) \\
 \text{Cov}_P(\bar{x}, \bar{e}_x) &= \frac{1}{P} \sum_{x=0}^{100} \bar{x} \cdot \bar{e}_x P(x) \\
 r &= \frac{e_p - a_p}{\text{Cov}_P(\bar{x}, \bar{e}_x)},
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

ahol $\bar{x} \approx x + 0,5$, $\bar{e}_x \approx \frac{e_x^0 + e_{x+1}^0}{2}$.

Az életpotenciál-index és a potenciális növekedési ráta megfelel a modern reprodukciós mutatószámokkal szembeni követelményeknek, ahogyan azt a Bevezetőben felvázoltuk.

Életpotenciál Európában 2000 körül

Elvégeztük a fenti mutatószámok becslését az európai országokra a 2000. évre. A becsléshez az életkorokat, az élettartamokat és a népesség korösszetételét 0-tól 98 éves korig korévenként, a 99 éveseket és idősebbeket összevontan vettük figyelembe. A becslések az európai országok azon csoportjára vonatkoznak, melyeket az EPC99 népesség-előreszámítások tartalmaznak⁵. Az 1. tábla megadja a kiválasztott országok listáját

A várható élettartamokat az Európai Demográfiai Obszervatórium (ODE) nyújtotta részünkre.⁶ Két esetben (Portugália és Ukrajna) az élettartamokat becsültük olyan módon, hogy demográfiai szempontból közel álló országok élettartamaival arányosítottunk. Így Portugália esetében Szlovénia, Ukrajna esetében Oroszország élettartamait alkalmaztuk, megfelelően arányosítva a születéskor várható élettartamhoz, ami ismert.⁷ A mutatókat mindkét nemre együtt számítottuk. Ehhez szükségünk volt az együttes (férfiak+nők) várható élettartamokra is, ehhez a születéskori nemi arányokat az EPC99 előreszámításból vettük át.

⁵ Browser for Database. EPC99 European Population Scenarios 1996–2020. Version 1.1. Írta Corina Huisman és Evert van Imhof. NIDI 1999.

⁶ Hálás köszönet illeti Jean-Paul Sardont, az ODE igazgatóját, aki az élettartam adatokat a Szerző rendelkezésére bocsátotta.

⁷ Ha $(e_x^A)_0^\omega$ ismert az A népességre, továbbá e_0^B a B népesség születéskor várható élettartama, akkor $e_{x+1}^B = e_x^B \frac{e_{x+1}^A}{e_x^A}$ a $(e_x^B)_0^\omega$ sorozat lehetséges becslése.

Az 1. tábla a következő alapmutatókat tartalmazza: a népesség átlagos kora, a központi élettartam, az életpotenciál-index, a kor-élettartam kovariancia és a potenciális növekedési ráta. Négy egyéb oszlop is van: a népesség száma 2000-ben, a 2020-ra előreszámított népességszám az EPC99 Európai népesség-előreszámításokban, a 2020-ra előrebecsült népességszám a potenciális növekedési ráta alkalmazásával, relatív eltérés az előreszámított és a ráta szerint becsült népességszámok között.

Az eredményeket négy térképen ábrázoljuk. Az I. térkép a népesség átlagos korát, a II. térkép az egyes országok központi élettartamát mutatja. A III. térképen az életpotenciál-index látható. A IV. térkép a potenciális növekedési ráta országonkénti értékeit ábrázolja.

Az I. térkép az öregedés különböző fokozatainak jól ismert képét mutatja Európában. Általában a kontinens keleti részének népessége *fiatalabb*, mint a nyugati részeké. Európában a legöregebb a népesség Németországban, Görögországban, Olaszországban és Svédországban található, 42 év fölötti átlagos korral. Viszont az átlagos kor 36 év alatt van Izlandon, Írországon, Moldovában és Szlovéniában.

A II. térkép a központi élettartam értékét ábrázolja, vagyis azt, hogy a népesség „átlagos” tagjának hány év a várható életkilátása. Teljesen eltérő képet látunk, mint az I. térkép esetében. Az életkilátás legalacsonyabb Bulgáriában, Oroszországban és Ukrajnában. A népesség „átlagos” tagja a leghosszabb további életet Franciaországban, Izlandon, Írországon, Norvégiában és Svájcban várhatja, több mint 42 évet. További 12 ország, többek között Lengyelország, Spanyolország, az Egyesült Királyság és Svédország tartozik azokhoz az országokhoz, melyek magas értéket mutatnak, ahol a központi élettartam 40 és 42 év között van.

Az életpotenciál-index, vagyis központi élettartam és az átlagos kor hányadosa ismét új sorrendjét mutatja az országoknak. Ez az arány legmagasabb Franciaországban, Izlandon, Írországon, Moldovában és Szlovákiában, ahol az indexben megnyilvánuló pozitív többlet 10% felett van. Viszont az index 0,95-nél alacsonyabb Észtországban, Magyarországon, Lettországon, Oroszországban és Ukrajnában. 0,95 és 1,0 közé esik az index Belorussziában, Németországban és Olaszországban.

A IV. térkép összegzi a tanulmány numerikus eredményeit. A potenciális növekedési arány, melynek becslését (13) szerint végeztük, viszonylag közel esik a nullához az országok többségében (33-ból 25), jelezve, hogy Európában a népesség-változások hosszú távúak, viszonylag lassúak, drasztikus csökkenések, növekedések nemigen fordulnak elő. Kilenc ország található a lista tetején, ahol a potenciális növekedési ráta 0,3 százalék fölött van: Franciaország, Izland, Írország, Moldova, Hollandia, Norvégia és Szlovákia. 8 országban a ráta értéke $-0,1\%$ -nál kisebb, többek között Olaszország, Magyarország és Oroszország tartozik ebbe a csoportba. A IV. térkép szerint Kelet-Európában általában nagyon alacsony a növekedési potenciál.

A jövőbeli népességszámok becslése

Ha feltételezzük, hogy a potenciális növekedési ráta tükrözi az átlagos népesség-növekedési arányt hosszú távon, kérdezhetjük, hogy ennek alapján hogyan fog alakulni a népességszám a jövőben. Demográfiai szempontokból kiindulva a 2020 évet választottuk a jövőbeni becsléshez. Az országok népességének konstans növekedésével számolva, ehhez a potenciális növekedési rátákat alkalmazva kaptuk országonként az elő-

rebecsült népességszámokat. Ezeket az értékeket hasonlítottuk össze az EPC99 népesség-előreszámítások szerinti létszámokkal, melyek teljesen más módszer (az ENSZ alkotóelem-módszere) alapján készültek. A számítások eredményét az 1. tábla utolsó 3 oszlopa mutatja.

Igazi meglepetés, hogy a becslést értékek milyen közel vannak az előreszámítottakhoz. A vizsgált országok össznépessége most 706 millió, és az EPC99 előreszámítás szerint 721 millió lesz 2020-ban. Az általunk becslést számított érték 707 millió, a különbség kevesebb, mint 2%.

Ha egyenként nézzük az országokat, többségük (33-ból 25) esetében a különbség kisebb, mint 5%, amit ilyen időtávon igencsak mérsékelt eltérésnek tekinthetünk.

Ha a változások irányát nézzük 2000 és 2020 között, a potenciális és az előreszámított növekedési irányok majdnem minden esetben azonosak. Kivétel Csehország, Litvánia, Románia és Szlovénia, ahol a potenciális növekedési ráta pozitív, de az előreszámított népességszám csökken. Viszont Németországban és Olaszországban negatív a potenciális növekedési ráta, a létszám mégis magasabb 2020-ban, mint volt 2000-ben.

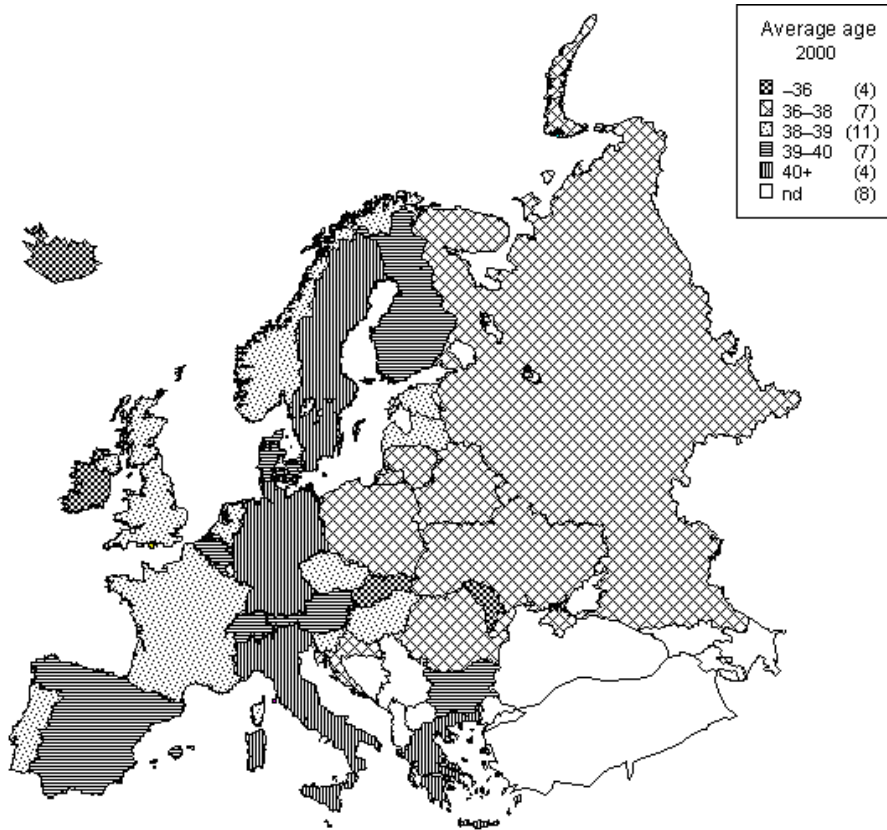
Összefoglalás

Ez a cikk a népesség-reprodukciónak kérdéskörének néhány aktuális szempontjával foglalkozik. Az utolsó évtizedben a demográfiai változások előre nem látott hatást gyakoroltak a népesség várható jövőbeni nagyságára Európában, különösen az átalakuló országokban. Az új tendenciák váratlan kialakulásának egyik oka, hogy a népesség-reprodukciónak tanulmányozásában túlságosan erős a termékenység-centrikusság.

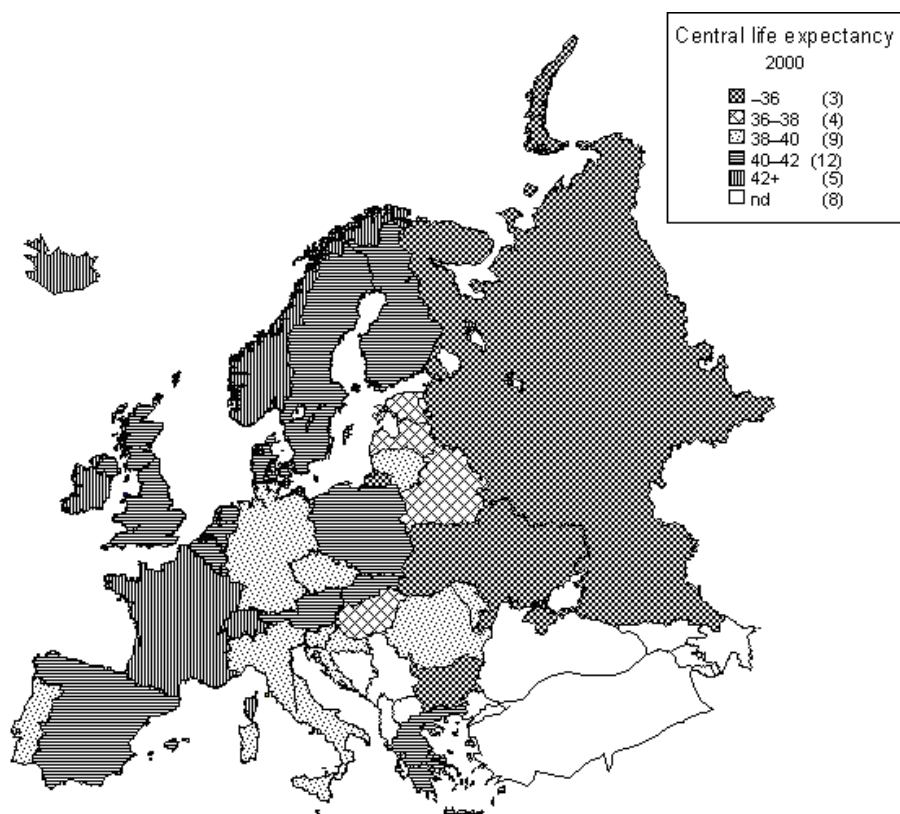
Tanulmányunk egy érdekes mutatóval foglalkozik, amit életpotenciál-indexnek nevezünk. Az index és annak alapján számítható potenciális növekedési ráta olyan reprodukciós mérőszámok, amelyekben a termékenységet és a migrációt, mint meglehetősen instabil elemeket, közvetlenül nem vesszük figyelembe, csak a stabilabb elemek, a halandóság és a korstruktúra kerülnek be a számításokba.

Az életpotenciál index összehasonlítja a központi élettartamot és a népesség átlagos korát. A központi élettartam és a népesség átlagos kora közötti alapösszefüggésből, melyet stabil népességekre vezettünk le, a potenciális növekedési rátát lehet becsülni.

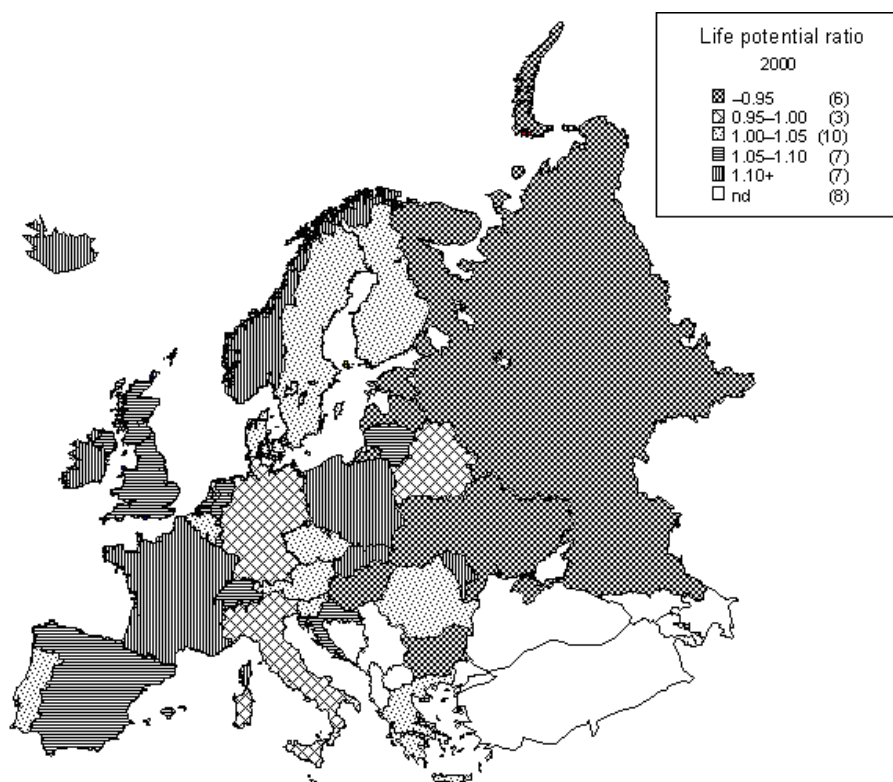
A mutatókat a 2000. évre a legtöbb európai országra kiszámítottuk. A népesség nagyságát 2020-ra is becsléstük, és összehasonlították az előreszámított értékekkel. A változások irányának és arányának feltűnő egyezése alapján kijelenthető, hogy az életpotenciál-index és a potenciális növekedési ráta egyaránt fontos mutatója a népesség reprodukciójának a modern európai népességeknél.



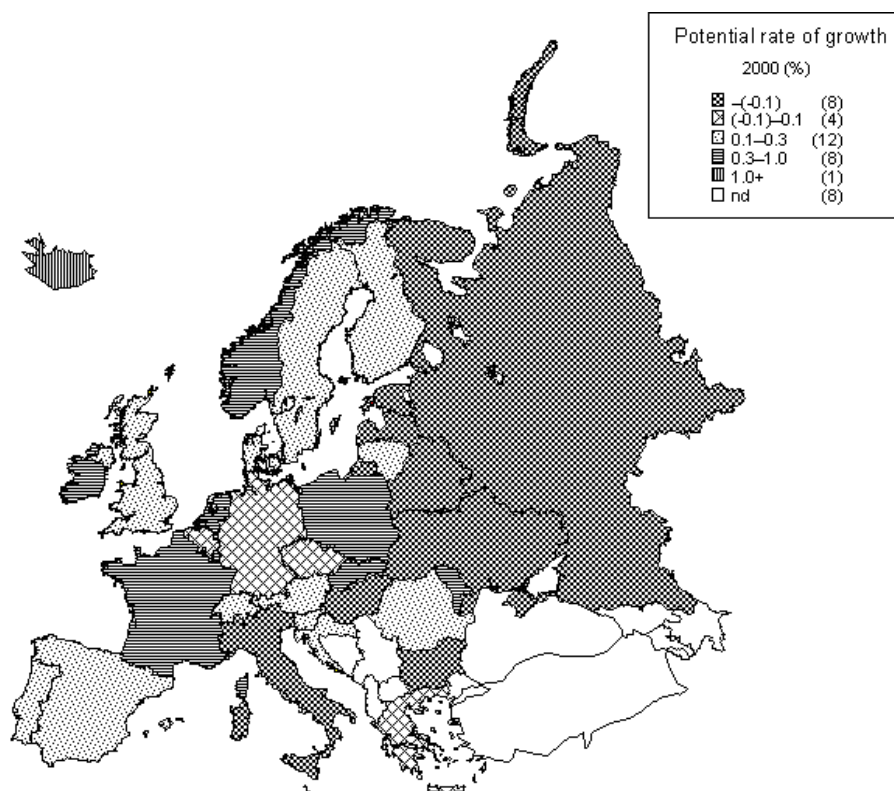
I. Átlagos életkor Európában, 2000 (év)
Average age in Europe, 2000 (years of age)



II. Központi élettartam Európában, 2000
Central life expectancy in Europe, 2000 (years of life)



III. Életpotenciál index Európában, 2000
Life potential ration in Europe, 2000



IV. Potenciális növekedési ráta Európában, 2000 (%)
Potential rate of growth in Europe, 2000 (in per cent)

1. Életpotenciál-index és potenciális növekedési ráta az európai országokban, 2000
 Estimating life potential ratio and potential rate of growth for European countries, 2000

Ország	Naptári év	Népesség (millió fő)	Átlagos kor	Központi élettartam	Életpotenciál- index	Kovariancia	Potenciális növekedési ráta	2020-ra becsült népesség, (millió fő)	EPC99 népesség, 2020 (millió fő)	Relatív különbség (%)
Ausztria	2000	8,10	39,48	41,27	1,045	1182	0,15	8,35	8,36	-0,11
Belorusz	2000	10,02	37,23	36,07	0,969	959	-0,12	9,78	9,83	-0,56
Belgium	2000	10,24	39,65	40,67	1,026	1149	0,09	10,42	10,67	-2,27
Bulgária	2000	8,19	39,74	35,96	0,905	1014	-0,37	7,60	7,43	2,24
Horvátország	2000	4,53	37,44	39,42	1,053	1053	0,19	4,70	4,62	1,85
Cseh Köztársaság	2000	10,28	38,46	39,05	1,015	1086	0,05	10,39	9,93	4,59
Dánia	2000	5,33	39,11	40,33	1,031	1120	0,11	5,45	5,81	-6,21
Észtország	2000	1,37	38,66	36,37	0,941	997	-0,23	1,31	1,36	-3,66
Finnország	2000	5,17	39,16	40,83	1,043	1146	0,15	5,32	5,55	-3,99
Franciaország	2000	58,75	38,73	42,74	1,104	1185	0,34	62,86	64,71	-2,85
Németország	2000	82,16	40,83	39,67	0,972	1174	-0,10	80,55	86,18	-6,53
Görögország	2000	10,55	40,30	40,34	1,001	1170	0,00	10,56	11,04	-4,31
Magyarország	2000	10,22	38,97	36,37	0,933	1006	-0,26	9,71	9,64	0,68
Izland	2000	0,28	34,62	46,92	1,355	1176	1,05	0,34	0,31	9,74
Írország	2000	3,78	34,68	44,11	1,272	1095	0,86	4,48	4,39	2,05
Olaszország	2000	57,68	41,36	39,93	0,965	1196	-0,12	56,32	58,79	-4,20
Lettország	2000	2,38	38,91	36,14	0,929	1003	-0,28	2,25	2,26	-0,31
Litvánia	2000	3,70	37,08	39,10	1,054	1043	0,19	3,84	3,64	5,60
Luxemburg	2000	0,44	38,27	41,99	1,097	1158	0,32	0,46	0,50	-7,61
Moldva	2000	3,64	33,45	38,71	1,157	925	0,57	4,08	4,39	-6,92
Hollandia	2000	15,86	38,18	41,98	1,100	1159	0,33	16,94	17,41	-2,71
Norvégia	2000	4,48	38,20	42,72	1,118	1151	0,39	4,84	4,93	-1,84
Lengyelország	2000	38,65	36,23	40,43	1,116	1061	0,40	41,84	39,76	5,22
Portugália	EPC	10,00	38,69	39,95	1,033	1105	0,11	10,23	10,53	-2,82
Románia	2000	22,46	37,02	38,43	1,038	1020	0,14	23,09	22,12	4,36
Oroszország	2000	145,56	37,34	34,55	0,925	931	-0,30	137,07	143,14	-4,24
Szlovák Köztársaság	2000	5,40	35,68	40,33	1,130	1039	0,45	5,90	5,60	5,49
Szlovénia	2000	1,99	38,63	39,87	1,032	1131	0,11	2,03	1,96	3,54
Spanyolország	2000	39,73	39,65	41,82	1,055	1211	0,18	41,18	41,10	0,20
Svédország	2000	8,86	40,19	41,61	1,035	1174	0,12	9,08	9,23	-1,68
Svájc	2000	7,16	39,50	42,49	1,076	1219	0,25	7,52	7,51	0,26
Ukrajna	EPC	48,94	37,73	34,74	0,921	939	-0,32	45,91	44,25	3,76
Egyesült Királyság	2000	59,62	38,76	41,50	1,071	1137	0,24	62,57	64,38	-2,81
<i>Összesen</i>		<i>705,53</i>						<i>707,01</i>	<i>721,32</i>	<i>-1,98</i>

FÜGGELÉK

A (7) formula levezetése

Állítjuk, hogy a kohorszok életmennyisége stabil népességben közelítőleg megegyezik a népesség átlagos életkorával későbbi népességszámmal:

$$S(t) = B(t) \cdot e_0^0 \approx P(t + a_p) = e^{ra_p} P(t)$$

A bizonyításhoz induljunk ki a születéskor várható élettartam definíciójából:

$$e_0^0 = \int_0^{\omega} l(x) dx = \int_0^{\omega} \frac{P(x)}{B(-x)} dx = \frac{1}{B_0} \int_0^{\omega} e^{rx} P(x) dx.$$

Mivel kis r értékekre $e^{rx} \approx 1 + rx$, írhatjuk, hogy

$$e_0^0 \approx \frac{1}{B_0} \int_0^{\omega} (1 + rx) P(x) dx = \frac{P}{B} (1 + r\bar{a}_p) \approx e^{r\bar{a}_p} \frac{P}{B}.$$

Átrendezéssel éppen a bizonyítandó összefüggést kaptuk.

A (9) formula levezetése

Állítjuk, hogy a kohorsz által már leélt évek száma megegyezik a még leélendő évek számával:

$$\int_0^{\omega} xl(x) dx = \int_0^{\omega} e_x^0 l(x) dx$$

A bizonyításhoz végezzünk a baloldalon parciális integrálást:

$$\int_0^{\omega} xl(x) dx = \left[x \int_0^x l(x) dx \right]_0^{\omega} - \int_0^{\omega} \int_0^x l(u) du dx = \omega e_0^0 - \int_0^{\omega} \left(e_0^0 - \int_x^{\omega} l(u) du \right) dx =$$

$$= \int_0^{\omega} \int_x^{\omega} l(u) du dx = \int_0^{\omega} e_x^0 l(x) dx, \text{ mert } e_x^0 = \frac{1}{l(x)} \int_x^{\omega} l(u) du.$$

A (13) formula levezetése

Állítjuk, hogy stabil népességben

$$e_p = r \cdot Cov_p(x, e_x^0) + a_p,$$

ahol $Cov_p(x, e_x^0) = \int_0^{\omega} x e_x^0 c(x) dx$

Kezdjük a központi élettartam definíciójával:

$$e_p = \frac{1}{P} \int_0^{\omega} e_x^0 P(x) dx = \frac{B}{P} \int_0^{\omega} e_x^0 e^{-rx} l(x) dx,$$

mert stabil népességben

$$(15) \quad P(x) = B(-x)l(x) = Be^{-rx}l(x).$$

Használjuk ki, hogy $e_x^0 l(x) = \int_x^{\omega} l(y) dy$, valamint, hogy ennek deriváltja

$-l(x)$, ezzel, parciális integrálást végezve:

$$e_p = \frac{B}{P} [x e^{-rx} e_x^0 l(x)]_0^{\omega} + \frac{B}{P} \int_0^{\omega} (r x e^{-rx} e_x^0 l(x) + x e^{-rx} l(x)) dx.$$

A jobboldalon az első tag 0. A második és a harmadik tagnál vegyük figyelembe (15)-öt:

$$e_p = \frac{r}{P} \int_0^{\omega} x e_x^0 P(x) dx + \frac{1}{P} \int_0^{\omega} x P(x) dx = r Cov_p(x, e_x^0) + a_p.$$

Tárgyszavak:

Népességreprodukció
Népességelőrejelzés

LIFE POTENTIAL OF THE POPULATION*Summary*

This paper deals with some aspects of population reproduction / replacement. Demographic changes in the last decade made unexpected implications on the future population size in Europe, especially in the countries in transition. One of the causes of these unexpected changes is, that the classical approach of population reproduction with fertility 'dominance' was used to judge future perspectives.

The author deals with one interesting indicator, that called life potential ratio. The concept of this ratio and potential growth rate, which can be computed on this concept, is, that direct impact of fertility and migration is disregarded and only mortality and age structure are taken into consideration.

Life potential ratio compares the average expected life duration called central life expectancy and the average age of the population. It is a basic relationship between central life expectancy and average age in a stable population, from what potential growth rate can be computed.

Indicators for 2000 are calculated and presented for a number of European countries. Also population size in 2020 is estimated and compared with the projected figures. One can point out from the analyses that life potential ratio and potential growth rate seem to be adequate indicators of population reproduction / replacement in modern European populations.